

Auch bei der Interpretation der Isotopie-Effekte der Ionenwanderung in geschmolzenen Salzen¹³ (Reines CdCl_2 : $\mu_+ = -0,067$ ¹⁴, Pyrosol $\text{CdCl}_2 + \text{Cd}$: $\mu_- = -0,034$ ¹²) war erkannt worden, daß beim Stromdurchgang gekoppelte Überführungen der elementaren Komponenten stattfinden, ohne daß die Art der Kopplung wirklich aufgeklärt werden konnte.

¹⁴ A. KLEMM, H. HINTENBERGER u. W. SEELMANN-EGGEBERT, Z. Naturforschg. **3 a**, 172 [1948].

Es dürfte erhebliche Schwierigkeiten machen, hier zu präziseren Vorstellungen zu gelangen. Neue Informationen könnten sich aus Diffusions-Messungen und Messungen der äußeren Überführung an CdCl_2 und $\text{CdCl}_2 + \text{Cd}$ -Pyrosol ergeben.

Herrn G. JOSTEN danken wir für seine gewissenhafte Mitarbeit bei den Versuchen. Die Arbeit wurde durch Mittel des Bundesministeriums für Atomkernenergie und Wasserwirtschaft gefördert.

NOTIZEN

Zum *Cut-Off*-Parameter der Impulsstreuoeffizienten von Systemen langreichweitiger Wechselwirkung

Von G. ECKER und D. VOSLAMBER

Institut für theoretische Physik der Universität Bonn
(Z. Naturforschg. **15 a**, 1107—1108 [1960]; eingeg. am 11. Oktober 1960)

Das dynamische Verhalten von Systemen mit langreichweitiger Wechselwirkung läßt sich an Hand der verallgemeinerten FOKKER-PLANK-Gleichung beschreiben. Diese Gleichung erfordert die Kenntnis der gemischten Impulsstreuomente

$$\langle (\Delta p_1)^\nu \cdot (\Delta p_2)^\mu \cdot (\Delta p_3)^\lambda \rangle = \frac{\nu + \mu + \lambda = n}{n=1, 2, \dots}, \quad (1)$$

insbesondere der Momente erster und zweiter Ordnung. $(\Delta p_1, \Delta p_2, \Delta p_3)$ bedeutet die Impulsänderung des Testteilchens während eines geeignet gewählten Zeitintervalls Δt .

Die Impulsstreuomente sind bisher aus der Theorie des Mikrofeldes^{1, 2} bzw. aus der stochastischen Überlagerung der Streubeiträge der einzelnen Feldteilchen unter der Voraussetzung vollständiger Passagen³⁻⁶ berechnet worden.

Während die Ergebnisse der ersten Methode von einer nur unscharf zu definierenden mittleren Lebensdauer des Mikrofeldes abhängen, treten bei der zweiten Methode logarithmisch divergierende Zahlwerte auf, die durch einen geeigneten *Cut-Off*-Parameter beschränkt werden müssen.

Das Auftreten der Divergenzen wird durch die beiden folgenden Näherungen verursacht:

1. Die Vernachlässigung der Korrelation der Feldteilchen untereinander. Diesem Effekt läßt sich in erster Näherung durch Berücksichtigung der DEBYESchen Abschirmung in der Wahl des *Cut-Off*-Parameters³ bzw. in der Theorie des Mikrofeldes⁷ Rechnung tragen. Für ein Zweikomponentenensemble resultiert hieraus bereits die Beseitigung der Divergenzschwierigkeiten. Jedoch gilt das gleiche nicht für ein Einkomponentenensemble.

2. Die Voraussetzung vollständiger Teilchenpassagen ist eine Näherung, die insbesondere für entferntere Feldteilchen nicht gerechtfertigt ist. Die Berücksichtigung dieser Tatsache bringt die Divergenzschwierigkeiten auch für den Fall des Einteilchenensembles ohne Abschirmung zum Verschwinden.

Um dies zu erkennen, ist es notwendig, die einzelnen Streuanteile der Feldteilchen während eines Zeitintervalls Δt mit Hilfe der bekannten, stochastischen Methoden zu überlagern⁸. Die Rechnung wird allerdings durch die endliche Länge der Bahnen der Feldteilchen erheblich kompliziert^{9, 10}. Sie wirkt sich nur auf das auch in den *Cut-Off*-Theorien auftretende Logarithmusglied aus, welches wir hier mit L bezeichnen wollen. Dieses ist, wenn der DEBYE-Radius als begrenzender Parameter benutzt wird,

$$L_h = \log \left[\frac{(k T)^{3/2} M}{(z e)^{1/2} \gamma e^3 m n^{1/2}} \right]. \quad (2)$$

Unsere Berücksichtigung der Endlichkeit der Flugbahnen⁹ liefert für ein Einkomponentenensemble von Teilchen der Ladung e

$$L_l = \log \left[\frac{2 \Delta t M}{e^3 \gamma^{3/2}} \left(\frac{2 k T}{m} \right)^{3/2} \right], \quad (3)$$

¹ S. CHANDRASEKHAR, Astrophys. J. **94**, 511 [1941].

² S. CHANDRASEKHAR, Astrophys. J. **97**, 255, 263 [1943].

³ R. S. COHEN, L. SPITZER u. P. MCRUTLY, Phys. Rev. **80**, 230 [1950].

⁴ S. CHANDRASEKHAR, Principles of Stellar Dynamics, Univ. Chicago Press 1942.

⁵ D. BOHM u. L. H. ALLER, Astrophys. J. **105**, 131 [1947].

⁶ L. SPITZER, Physics of Fully Ionized Gases, Intersci. Tracts on Physics and Astronomy, New York 1956.

⁷ G. ECKER u. K. G. MÜLLER, Z. Phys. **148**, 593 [1957].

⁸ S. CHANDRASEKHAR, Rev. Mod. Phys. **15**, 1 [1943].

⁹ G. ECKER u. D. VOSLAMBER, Forschungsbericht d. L. Nrdh. Westf. Nr. 832 (1959); ähnliche Ergebnisse wurden auch von M. HENON¹⁰ erzielt, jedoch mit astro-physikalischer Blickrichtung. Diese Arbeit ist uns erst nach Abschluß unserer Untersuchungen bekannt geworden (Phys. Abstr. Mai 1960).

¹⁰ M. HENON, Ann. d'Astrophysique **21**, 186 [1958].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

für ein Zweikomponentenensemble (Plasma) dagegen

$$L_{II} = L_I - L_m \left[2 \Delta t e \left(\frac{\pi n}{\kappa m} \right)^{1/2} \right], \quad (4)$$

wo

$$L_m[s] = \int_0^\infty [K_0^2(x) + K_1^2(x)] x \cdot \left[\Phi(sx) - \frac{1}{sx\sqrt{\pi}} (1 - e^{-(sx)^2}) \right] dx \quad (5)$$

eine Funktion ist, deren maschinelle Auswertung vorliegt⁹. Es gelten die Bezeichnungen: K_0 , K_1 modifizierte HANKEL-Funktion; Φ GAUSSSches Fehlerintegral; m Masse der Feldteilchen; M reduzierte Masse vom Test- und Feldteilchen; n Trägerdichte; e Elementarladung; T Temperatur; k BOLTZMANNsche Konstante; $\log \gamma = 0,577$ EULERSche Konstante; κ ist gleich 1 oder 2 zu setzen, je nachdem es sich um Elektronen oder Protonen handelt.

Wir bemerken, daß L_I und L_{II} noch von Δt abhängen. Die Streubeiträge konsekutiver Zeitintervalle können daher nicht mehr völlig stochastisch unabhängig sein. Dieses zunächst überraschende Ergebnis ist konsequent, da das Testteilchen im Laufe zweier aufeinanderfolgender Zeitintervalle von entfernteren Feldteilchen im gleichen Sinne beeinflusst wird. Im Hinblick auf die Anwendung in der FOKKER-PLANK-Gleichung haben wir diese Korrelation so klein wie möglich zu halten, d. h. wir müssen das Zeitintervall Δt so groß wie möglich wählen. Andererseits müssen wir aus Gründen der Modellvorstellung Δt kleiner wählen als das Zeitintervall τ , während dem die Feld- und Testteilchen merklich aus der ursprünglichen Richtung abgelenkt werden. Folglich haben wir in den Gln. (3) und (4) Δt mit τ identifiziert.

Die Abb. 1 demonstriert neben unseren Resultaten L_I und L_{II} die entsprechenden Größen der früheren Rechnungen mit *Cut-Off* beim mittleren Teilchenabstand (L_0) bzw. beim DEBYESchen Radius (L_h).

Ersichtlich stimmen die neuen Resultate für das Zweikomponentenensemble (L_{II}) im Bereiche $T \cdot n^{-1/3} > 10$ mit den Ergebnissen des *Cut-Off* beim DEBYE-Radius überein. Dagegen zeigen sich im Bereich $T \cdot n^{-1/3} < 10$ Abweichungen, die davon herrühren, daß selbst innerhalb der DEBYE-Zone um das Testteilchen die Flugbahnen der Feldteilchen während Δt nicht mehr als unendlich lang angesehen werden dürfen. Allerdings wird in diesem Gebiet mit abnehmendem $T \cdot n^{-1/3}$ das Ergebnis aller Rechnungen wegen Versagens der Modellvorstellung allmählich mit Unsicherheiten behaftet.

Für das Einkomponentenensemble ergibt sich fast im gesamten Bereich der Abb. 1 ein erheblicher Unterschied zwischen L_I und L_0 . Für hohe Temperaturen und geringe Dichten gilt $L_I : L_{II} : L_0 = 3 : 2 : 1$. Geeignete, gute Beispiele für homogene Einkomponentenensemble

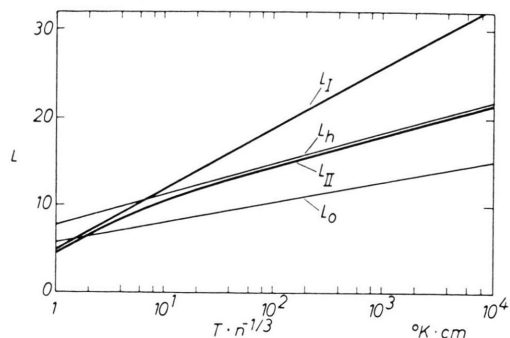


Abb. 1.

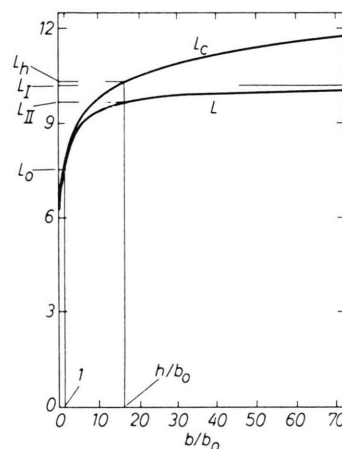


Abb. 2.

kommen in der Natur nur sehr selten vor. Raumladungszonen zeigen allgemein gewisse Inhomogenitäten. Bei Sterngesamtheiten ist — wie HENON¹⁰ gezeigt hat — infolge Clusterbildung ebenfalls der Ausdruck L_h und nicht L_I zu verwenden.

Um schließlich die Beiträge der einzelnen Bereiche der Umgebung des Testteilchens beurteilen zu können, haben wir in der Abb. 2 für $T \cdot n^{-1/3} = 5,5$ L als Funktion eines maximalen Stoßparameters b aufgetragen. b_0 ist der mittlere Teilchenabstand. Das Ergebnis der *Cut-Off*-Theorien ist durch die Kurve L_c gekennzeichnet, das neue Ergebnis durch L . Während die Funktion L_c mit wachsendem, maximalem Stoßparameter logarithmisch über alle Grenzen wächst, nähert sich L mit wachsendem b/b_0 dem Grenzwert L_I , der in der Figur als Asymptote eingezeichnet ist. Die den verschiedenen *Cut-Off*-Parametern (mittlerer Teilchenabstand bzw. DEBYE-Länge) zugeordneten Zahlwerte L_0 , L_h , L_{II} sind in der Figur ebenfalls vermerkt.